

DOĞAL SAYILARLA İŞLEMLER GÖLETİ

ÜSLÜ İFADELER :

Bir sayının kendisi ile tekrarlı çarpımı kısaca üslü ifade olarak adlandırılır.

$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^4$$

$$5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^3$$

$$a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a = a^n$$

n tane

- 1'in tüm kuvvetleri 1'e eşittir.

$$1^5 = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$$

- Üssü 1 olan doğal sayıların değeri kendisine eşittir.

$$7^1 = 7 \quad 10^1 = 10$$

PRATİK YOL

10'un kuvvetlerinde üstteki sayı kadar sıfır bulunur.
 $10^2 = 10 \cdot 10 = 100$
 $10^5 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 100000$

İŞLEM ÖNCELİĞİ :

- Üslü İfadeler
- Parantez içindeki işlemler
- Çarpma veya bölme işlemi
- Toplama veya çıkarma işlemi

Birden fazla işlemin olduğu ifadelerde yukarıdaki sıralama takip edilir.

Örnek:

$60 \div 2^2 + 5 \cdot (8 - 2)$ işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm :

$$= 60 \div 2^2 + 5 \cdot (8 - 2) = 60 \div 4 + 5 \cdot (8 - 2)$$

$$= 60 \div 4 + 5 \cdot 6 = 15 + 30 = 45$$

PRATİK YOL

Çarpma veya bölmenin aynı anda olduğu işlem sırasında işlemler soldan sağa doğru yapılır.

DAĞILMA ÖZELLİĞİ :

$$7(5 + 3) = 7 \cdot 5 + 7 \cdot 3$$

Çarpma işleminin toplama işlemi üzerine dağılma özelliğidir.

$$5(8 - 3) = 5 \cdot 8 - 5 \cdot 3$$

Çarpma işleminin çıkarma işlemi üzerine dağılma özelliğidir.

$$7 \cdot 4 + 7 \cdot 5 = 7 \cdot (4 + 5)$$

Ortak

Ortak çarpan parantezine alma işlemidir.

PRATİK YOL

Ortak çarpan parantezine alma işlemi dağılma özelliğinin uygulanmamış halini elde etmektedir.

ASAL SAYILAR :

- 1'den büyük, sadece 1'e ve kendisine bölünen doğal sayılara **asal sayılar** denir.
2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, ...

- En küçük asal sayı 2'dir.

- Bir doğal sayının çarpanlarından asal olanlara **asal çarpanlar** denir.

Örnek :

12 ve 7'nin asal olup olmadığını inceleyelim.

Çözüm :

12'nin bölenleri \Rightarrow 12, 6, 4, 3, 2, 1 asal değildir.

7'nin bölenleri \Rightarrow 7, 1 7 asaldır.

ORTAK BÖLEN VE ORTAK KAT :

Örnek :

18 ve 12'nin ortak bölenlerini bulalım.

Çözüm :

12 \Rightarrow 12, 6, 4, 3, 2, 1 } Ortak bölenler
 18 \Rightarrow 18, 9, 6, 3, 2, 1 } 6, 3, 2, 1 dir.

Örnek :

15 ve 10'un ortak katlarını bulalım.

Çözüm :

15 \rightarrow 15, 30, 45, 60, 75, ... } Ortak katları
 10 \rightarrow 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, ... } 30, 60 ... dir.

BİR DOĞAL SAYININ KATLARI:

Bir doğal sayının kalansız böldüğü sayıların tümüne o sayısının **katları** denir.

Örnek:

3'ün katları
3, 6, 9, 12, 15, ... dir.

PRATİK YOL

Bir sayının çarpanları, o sayının katlarının da çarpanlarıdır.

ÇARPANLAR VE KATLAR GÖLETİ

Örnek:

12'nin çarpanlarını bulalım.

Çözüm:

$$12 = 12 \cdot 1 \quad 12 = 6 \cdot 2 \quad 12 = 4 \cdot 3$$

12'nin çarpanları 1, 2, 3, 4, 6 ve 12'dir.

Aynı zamanda bu çarpanlar 12'yi kalansız böldüğünden 12'nin bölenleridir.

ASAL ÇARPANLARI BULMA :

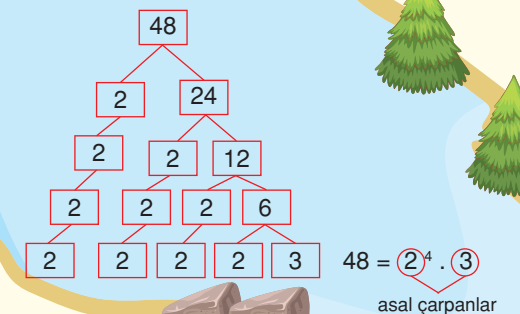
- Asal Çarpanlar Algoritması İle

72	2
36	2
18	2
9	3
3	3
1	

$$72 = 2^3 \cdot 3^2$$

Asal çarpanlar

- Çarpan Ağacı İle

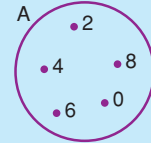


KÜMELER GÖLETİ

KÜMELER :

- İyi tanımlanmış nesnelere topluluğuna **küme** denir.
- Kümeyi oluşturan nesnelere **eleman** denir.
- Kümeler 3 farklı şekilde gösterilir.

Venn Şeması ile gösterim



Liste ile gösterim

$$A = \{0, 2, 4, 6, 8\}$$

Ortak özellik ile gösterim

$$A = \{\text{Çift rakamlar}\}$$

BİRLEŞİM VE KESİŞİM KÜMESİ :

- Birden fazla kümenin tüm elemanlarını içeren kümeye **birleşim kümesi** denir. "∪" ile gösterilir.
- Birden fazla kümenin ortak elemanlarını içeren kümeye **kesişim kümesi** denir. "∩" ile gösterilir.

SEMBOLLER :

- a elemanı A kümesinin elemanı ise $a \in A$ şeklinde gösterilir.
- a elemanı A kümesinin elemanı değilse $a \notin A$ ile gösterilir.
- Elemanı olmayan kümeye **boş küme** denir. \emptyset veya $\{ \}$ ile gösterilir.
- A kümesinin eleman sayısı $s(A)$ ile gösterilir.

3 VE 9 İLE BÖLÜNEBİLME:

Bir sayı;

- Rakamları toplamı 3 ve 3 ün katı ise 3 ile tam bölünür.
- Rakamları toplamı 9 ve 9'un katı ise 9 ile tam bölünür.

Örnek:

3a41 sayısı 9'a tam bölünebildiğine göre a'yı bulalım.

Çözüm:

$$3 + a + 4 + 1 \Rightarrow 9\text{'un katı olmalı}$$

$$a + 8 \Rightarrow 9\text{'un katı}$$

$$a = 1 \text{ olmalıdır.}$$

PRATİK YOL

9 ile bölünebilen her sayı 3 ile bölünür ancak 3 ile bölünebilen her sayı 9 ile bölünemeyebilir.

5 VE 10 İLE BÖLÜNEBİLME:

Bir sayı;

- Son basamağı 0 veya 5 ise 5 ile tam bölünür.
- Son basamağı 0 ise 10 ile tam bölünür.

Örnek:

3ab sayısı 5 ve 3 ile bölünen 10 ile tam bölünmeyen bir sayı ise a'nın alabileceği değerleri bulalım.

Çözüm:

$$3ab \rightarrow 5 \text{ ile bölünüp } 10 \text{ ile bölünemiyor.}$$

$$b = 5$$

$$3a5 \Rightarrow 3\text{'ün katı}$$

$$3 + a + 5 \Rightarrow 3\text{'ün katı}$$

$$8 + a \Rightarrow 3\text{'ün katı}$$

$$a = 1, 4, 7 \text{ değerlerini alır.}$$

2 VE 4 İLE BÖLÜNEBİLME:

- Son basamağı 0, 2, 4, 6, 8 rakamları olan sayılar 2 ile tam bölünür.
- Son iki basamağı 00 ve 4'ün katı olan sayılar 4 ile tam bölünür.

Örnek:

432 sayısının 2 ve 4 ile bölünüp bölünmediğini bulalım.

Çözüm :

Son basamağı 2 olduğundan 2 ile tam bölünür.

Son iki basamağı 32 olup 4'ün katı olduğundan 4 ile tam bölünür.

BÖLÜNEBİLME KURALLARI GÖLETİ

6 VE 9 İLE BÖLÜNEBİLME:

- Hem 2 hem de 3 ile bölünen sayılar 6 ile tam bölünür.

Örnek:

a46 sayısı 6 ile tam bölünebildiğine göre a değerlerini bulalım.

Çözüm:

6 ile bölünebilme için hem 2'ye hem 3'e bölünmelidir. Son rakamı 6 olup çift olduğundan 2 ile tam bölünür.

$$a + 4 + 6 \Rightarrow 3\text{'ün katı olmalı}$$

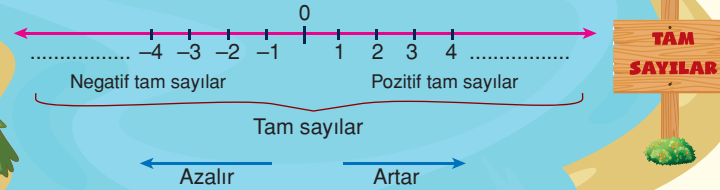
$$a + 10 \Rightarrow 3\text{'ün katı}$$

$$a \Rightarrow 2, 5, 8 \text{ değerlerini alır.}$$

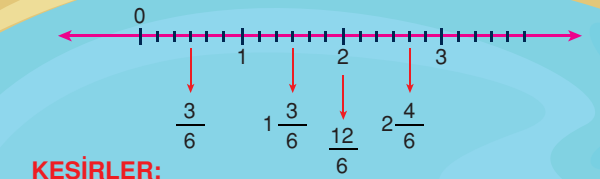
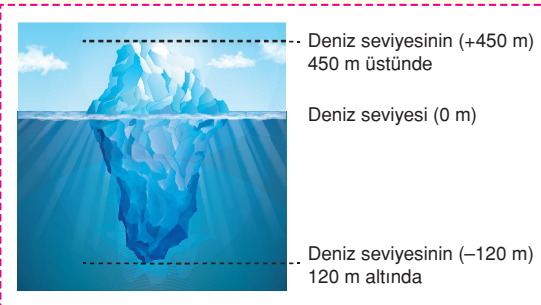
TAM SAYILAR:

Tam olan pozitif ve negatif sayılar ile sıfırın birleşiminden oluşan sayılar kümesine **tam sayılar** denir ve Z sembolü ile gösterilir.

Z^+ : pozitif tam sayılar 0 (sıfır) pozitif ya da negatif bir tam sayı değildir.
 Z^- : negatif tam sayılar

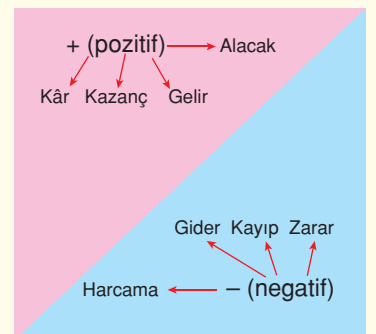


TAM SAYILAR KESİRLERLE İŞLEMLER



KESİRLER:

- Paydaları eşit olan kesirlerden payı büyük olan kesir büyük, küçük olan küçüktür.
 $\frac{1}{9} < \frac{2}{9} < \frac{4}{9} < \frac{5}{9}$
- Payları eşit olan kesirlerden paydası küçük olan kesir büyük, paydası büyük olan kesir küçüktür.
 $\frac{12}{5} > \frac{12}{7} > \frac{12}{9} > \frac{12}{11}$
- Basit kesirler, bileşik ve tam sayılı kesirlerden daha küçüktür.



MUTLAK DEĞER:

Bir sayının başlangıç noktasına olan uzaklığına mutlak değer denir. Bir x sayısının mutlak değeri $|x|$ şeklinde gösterilir.

$|-5| = +5$ $|+5| = +5$ $|0| = 0$

ÇARPMA :

- Bir tam sayı ile bir kesri çarpma;
 $5 \cdot \frac{2}{3} = \frac{5}{1} \cdot \frac{2}{3} = \frac{5 \cdot 2}{1 \cdot 3} = \frac{10}{3}$
- İki kesrin çarpımı;
 $\frac{12}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{12 \cdot 2}{3 \cdot 3} = \frac{24}{9}$
- Tam sayılı kesirlerde çarpma işlemi yaparken tam sayılı kesirler bileşik kesre çevrilir;
 $2 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} = \frac{7}{3} \cdot \frac{3}{2} = \frac{7 \cdot 3}{3 \cdot 2} = \frac{21}{2} = \frac{7}{2}$

BÖLME:

Kesirlerde bölme işlemi yapılırken birinci kesir sabit tutulur, ikinci kesir ters çevrilir. Sonra çarpma yapılır.

- İki kesrin bölmesi;
 $\frac{3}{5} \div \frac{9}{11} = \frac{3}{5} \cdot \frac{11}{9} = \frac{3 \cdot 11}{5 \cdot 9} = \frac{27}{45}$
- Bir kesir ile bir tam sayının bölümü;
 $5 \div \frac{1}{2} = 5 \cdot \frac{2}{1} = 10$
 $\frac{1}{8} \div 3 = \frac{1}{8} \div \frac{3}{1} = \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{24}$

TOPLAMA:

- Paydaları eşit olan kesirler;
 $\frac{3}{11} + \frac{5}{11} = \frac{3+5}{11} = \frac{8}{11}$
- Paydaları eşit olan tam sayılı kesirler;
 $3 \frac{2}{9} + 2 \frac{1}{9} = (3+2) \frac{2+1}{9} = 5 \frac{3}{9}$
- Paydaları eşit olmayan kesirler;
 $\frac{2}{3} + \frac{3}{7} = \frac{2 \cdot 7}{3 \cdot 7} + \frac{3 \cdot 3}{7 \cdot 3} = \frac{14}{21} + \frac{9}{21} = \frac{14+9}{21} = \frac{23}{21}$

ONDALIK GÖSTERİM VE ORAN

Paydası 10, 100, 1000 ... olan veya bu sayılara genişletilebilen kesirlerin yazılışlarına ondalık gösterim denir.

Tam Kısım	Kesir Kısım
149 ,	755

Ondalık sayılarda toplama işlemi yaparken virgüller alt alta gelecek şekilde yazılır ve toplama işlemi yapılır.

$$\begin{array}{r} 5,096 \\ + 6,915 \\ \hline 12,011 \end{array}$$

Basamak İsimleri
149,755

Yüzler	Binde Birler
Onlar	Yüzde Birler
Birler	Onda Birler

Ondalık sayılarda bölme işlemi yaparken ondalık sayılar kesir olarak yazılır ve bölme işlemi yapılır.

ONDALIK GÖSTERİM

6,915

5,096

Çarpma işlemi sayılarda virgül yokmuş gibi yapılır. Çarpmanın sonucunda çarpılan sayıların virgülden sonrasındaki toplam basamak sayısı kadar sağdan sola doğru sayılır ve virgül atılır.

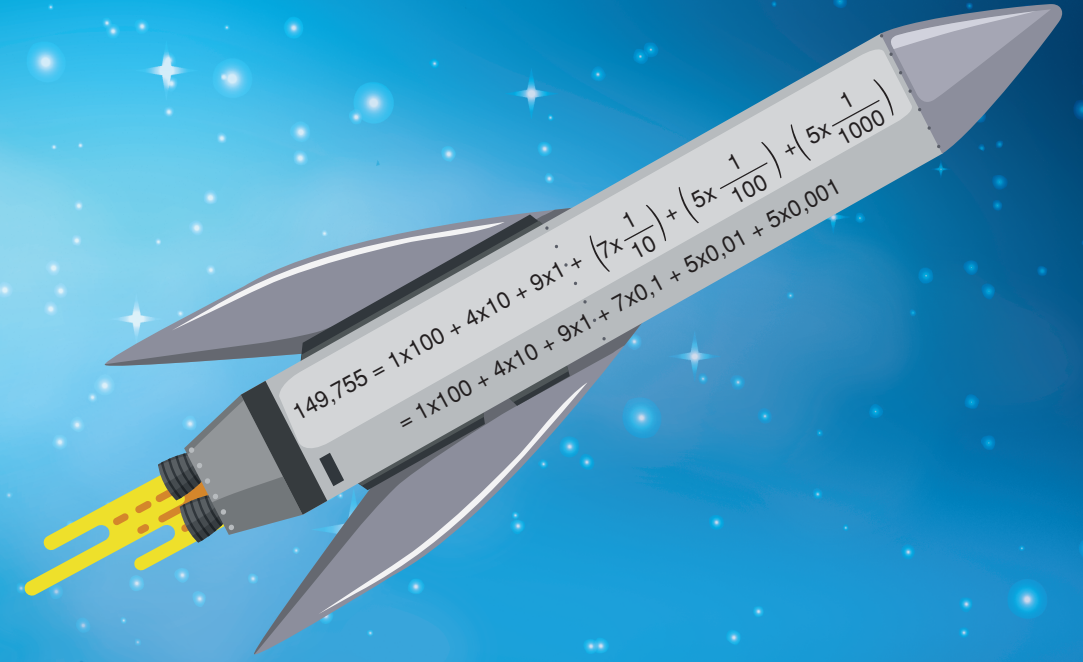
$$1,26 \cdot 10 = 12,6$$

$$34,5 : 10 = 3,45$$

$$9,6 : 0,8 = \frac{96}{10} : \frac{8}{10} = \frac{96}{10} \cdot \frac{10}{8} = \frac{96}{8} = 12$$

$$\begin{array}{r} 4,8 \\ \times 3,5 \\ \hline 240 \\ 144 \\ \hline 16,80 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2,16 \\ \times 3,2 \\ \hline 432 \\ 648 \\ \hline 6,912 \end{array}$$



ORAN - ORANTI

Oran

İki çokluğun birbirine bölünerek karşılaştırılmasına oran denir.

Örnek

3'ün 4'e oranı $\Rightarrow \frac{3}{4}$

BAŞLANGIÇ


BITİŞ

1	a'nın b'ye oranı $\frac{a}{b}$ şeklinde gösterilir.		Atilla 1
2	Birimsiz Oran: Aynı birimli olan iki değer oranına denir. Örnek: Ali 100 m koştuğunda Atilla 80 m koşmuştur. Atilla'nın koştuğu mesafenin Ali'nin koştuğu mesafeye oranı: $\frac{80 \text{ m}}{100 \text{ m}} = \frac{8}{10}$ 'dur.		Ali 2
3	Birimli Oran: Farklı birimli olan iki değer oranına birimli oran denir. Örnek: Atilla 80 metreyi 10 saniyede koşmuştur. Koştuğu mesafenin süreye oranı: $\frac{80 \text{ m}}{10 \text{ sn.}} = 8 \text{ m/sn.}$ (Atilla'nın hızıdır.)		İbrahim 3

80 m 90 m 100 m

DEĞİŞKEN

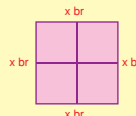
Bir sayının değerinin bilinmediği durumlarda **değişken** adı verilen semboller kullanılır.



Örneğin: x, y, a, b, m, n, k ...harfleri sık kullanılan değişkenlerdir.

CEBİRSEL İFADE

En az bir değişken ve işlem içeren ifadelere **cebirsel ifade** denir.



Örneğin: Pencerenin çevresini hesaplayalım.
 $4 \cdot x$ birimdir.
Cebirsel ifade

VERİ, ÖRNEKLEM ARAŞTIRMA SORUSU

- Bir sonuç çıkarmak üzere gözlem veya araştırma yoluyla elde edilen bilgilerin sayısal ifadesine **veri** denir.
- Belirli bir konuda veri toplamak için görüşü alınacak gruba **örneklem** denir.
- Görüşü alınırken örnekleme sorulan sorulara **araştırma soruları** denir.

Örnek: Sigaranın sağlığa zararlarını araştırmak isteyen biri için örneklem sigara kullanan insanlar, doktorlar vb. olabilir.

VERİ TOPLAMA YÖNTEMLERİ

Anket Yapma: Belirlenen konu hakkında önceden soru hazırlanarak bir gruba sorulma işlemidir.

Rastgele Seçme: Grubun tamamına ulaşılması mümkün olmayan durumlarda rastgele seçilerek soruların sorulmasıdır.

Örnekleme: Grubun tamamına ulaşılması mümkün olmayan durumlarda o grubu temsilen seçilen gruba soruların sorulmasıdır.

KATSAYI BENZER TERİM

Terimlerde değişken ile çarpım durumunda olan ifadeler **katsayı** denir. Bir cebirsel ifadede bir değişkeni ve bu değişkene ait kuvvet ile birlikte aynı ifadeleri içeren terimlere **benzer terimler** denir.

Örnek: $3x^2 + 5x + 4y + 2x + 3y$ cebirsel ifadelerinde benzer terimleri bulalım.

5x ve 2x benzer terim
4y ve 3y benzer terim
3x² ve 5x benzer terim değildir.

VERİ TOPLAMA VE DEĞERLENDİRME MAHALLESİ

SIKLIK TABLOSU, İKİLİ SÜTUN GRAFİĞİ

Sıklık Tablosu: Bir veri grubundaki verileri tablo üzerinde sayılar ile gösterme yöntemidir.

İkili Sütun Grafiği: Bir veri grubundaki verileri dikey ve yatay eksenler üzerinde sütunlar ile gösterme işlemidir.

CEBİRSEL İFADELER MAHALLESİ

TERİM, SABİT TERİM

Bir cebirsel ifadede (+) ve (-) işaretleri ile ayrılan kısımlara **terim** denir.

Bir cebirsel ifadede değişken içermeyen terimlere **sabit terim** denir.

Örneğin: $5x + 4y - 7$ ifadesini inceleyelim.
Terimler : 5x, 4y, -7
Sabit Terim : -7

Sabit terim aynı zamanda bir katsayıdır.



AÇIKLIK

Bir veri grubundaki en büyük değer ile en küçük değer arasındaki farka **açıklık** denir.

Açıklık = En büyük değer - En küçük değer

Örnek: 4, 5, 8, Δ şeklindeki veri grubunun açıklığının 7 olması için Δ yerine hangi sayı gelmelidir.
Δ - 4 = 7 olmalı
Δ = 11 dir.

VERİ ANALİZİ MAHALLESİ

Bir veri grubuna aritmetik ortalamaya eşit bir veri eklenirse ortalama değişmez. Aritmetik ortalamadan daha küçük bir veri eklenirse ortalama küçülür, daha büyük bir veri eklenirse ortalama büyür.



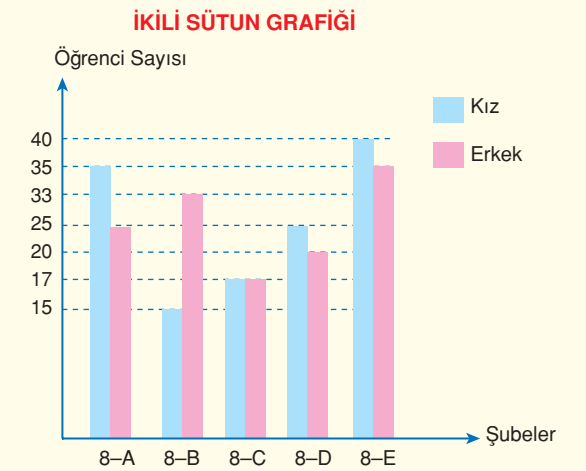
Mahalle Muhtarı

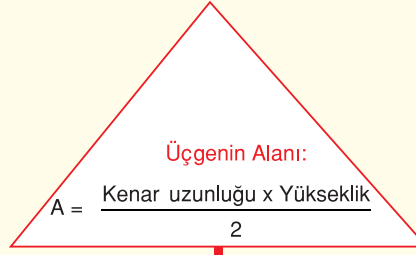
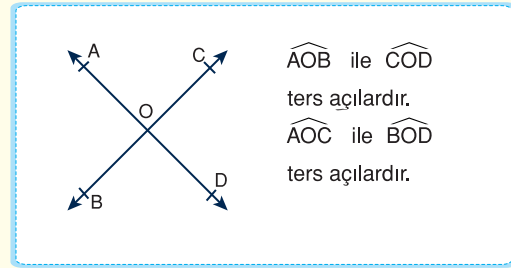
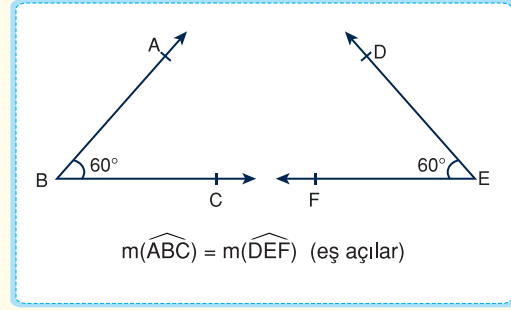
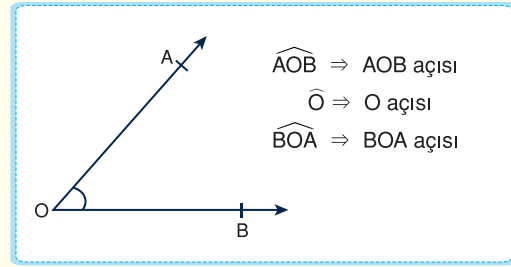
ARİTMETİK ORTALAMA

Aritmetik Ortalama verilerin toplamının veri sayısına bölünmesi ile bulunur.

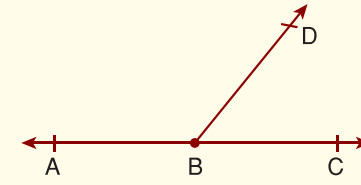
$$\text{Aritmetik Ortalama} = \frac{\text{Verilerin Toplamı}}{\text{Verilerin Sayısı}}$$

Örnek: 3 öğrenciye ait matematik dersi notları sırasıyla 50, 65, 80 olmak üzere sınav ortalamasını hesaplayalım.

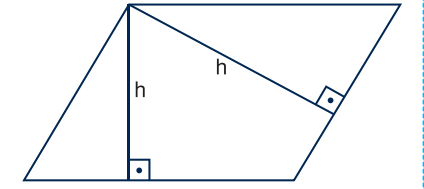
$$\text{Sınav Ortalaması} = \frac{50 + 65 + 80}{3} = \frac{195}{3} = 65 \text{ olur.}$$




Ölçüleri toplamı 180° olan açılara bütünler açılar denir.
 \widehat{ABD} ile \widehat{DBC} komşu bütünler açılardır.



PARALELKENAR



Paralelkenarın Alanı
 $A = \text{Taban uzunluğu} \times \text{Tabana ait yükseklik}$

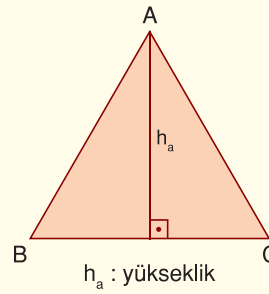
$m(\widehat{AOB})$, 90° den büyük, 180° den küçük olduğundan bu açı geniş açıdır.

AOB açısının ölçüsü 90° olduğundan bu açı dik açıdır.

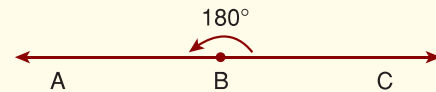
\widehat{ABD} ile \widehat{DBC} komşu açılardır.

Birbirini 90° ye tamamlayan açılara tümler açılar denir.

ABD ile DBC açılarının komşu tümler açılar denir.



ABC açısının ölçüsü 180° olduğundan bu açıya doğru açı denir.



ABC açısının ölçüsü 90° den küçük olduğundan bu açı dar açıdır.

BAŞLANGIÇ

Her basamakta 100 ile çarpılır.	Alan ölçüsü temel birimi metrekaredir.	
	Kilometrekare	$\rightarrow \text{km}^2$
	Hektometrekare	$\rightarrow \text{hm}^2$
	Dekametrekare	$\rightarrow \text{dam}^2$
	Metrekare	$\rightarrow \text{m}^2$
	Desimetrekare	$\rightarrow \text{dm}^2$
	Santimetrekare	$\rightarrow \text{cm}^2$
Milimetrekare	$\rightarrow \text{mm}^2$	
Her basamakta 100 ile bölünür.		

Arazi ölçülerinin temel birimi ar'dır.

a ile gösterilir.

10 ile çarpılır.

Ar \rightarrow Dekar \rightarrow Hektar

" " " " " "

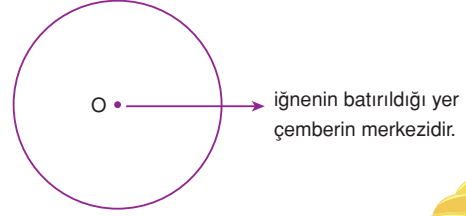
a daa ha

10 ile bölünür.

1a (ar) = 100 m²
 1 daa (dekar) (dönüm) = 1000 m²
 1 ha (hektar) = 10000 m²

ÇEMBER

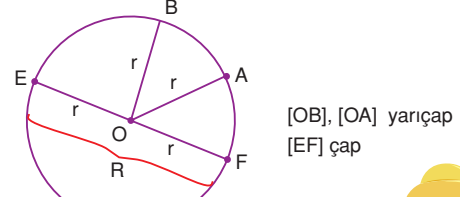
- Pergelin belli bir miktar açılıp iğneli ucu sabitleyerek etrafından döndürülmesiyle oluşan şekle **çember** denir.



iğnenin batırıldığı yer çemberin merkezidir.

ÇAP VE YARIÇAP

- Çemberin merkezi ile herhangi bir noktasını birleştiren doğruya **yarıçap** denir. "r" harfi ile gösterilir.
- Çemberin merkezinden geçen ve herhangi iki noktasını birleştiren doğruya **çap** denir. "R" ile gösterilir.



$$\text{ÇAP} = 2 \times \text{YARIÇAP}$$

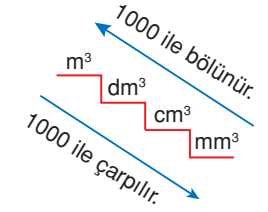
$$R = 2 \cdot r$$

HACİM

- Cisimlerin boşlukta kapladıkları yere o cismin **hacmi** denir.
- Tüm ayrıtları 1 br olan küplere **birimküp** denir.
- Bir cisimdeki birimküp sayısı o cismin hacmini oluşturur.

HACİM ÖLÇME BİRİMLERİ

- Hacmin temel ölçü birimi metreküp (m^3) tür.



Birimler arasında dönüştürme yapılırken ok yönündeki işlemler yapılır.

Örnek: $12 m^3 = 12000 dm^3$
 $20000 mm^3 = 20 cm^3$ tür.

Aynı hacim farklı ölçü birimleri ile hesaplanırsa da değişmez.

ÇEMBER

GEOMETRİK CİSİMLER

SIVI ÖLÇME

Pİ SAYISI (π)

$$\pi = \frac{\text{Çemberin çevre uzunluğu}}{\text{Çap uzunluğu}}$$

Gerçek değeri 3,14159265 ... olup sonsuza kadar gider.

Sorularda kolaylık sağlaması açısından

" π 'yi 3 alınız; $\frac{22}{7}$ alınız; 3,14 alınız."

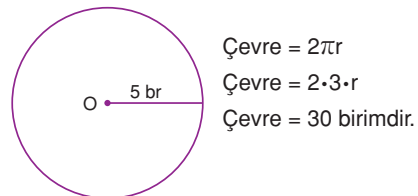
gibi ifadeler kullanılır.

ÇEMBERİN ÇEVRE UZUNLUĞU

$$\text{ÇEVRE} = \text{Pİ SAYISI} \times \text{ÇAP} = \pi \cdot R$$

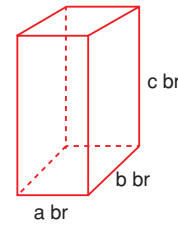
$$\text{ÇEVRE} = 2 \times \text{Pİ SAYISI} \times \text{YARIÇAP} = 2\pi r$$

Örnek: Yarıçapı 5 birim olan O merkezli çemberin çevre uzunluğunu bulalım. (π 'yi 3 alınız)



DİKDÖRTGENLER PRİZMASI

- Dikdörtgenler prizmasının hacmi taban alanı ile yüksekliğinin çarpımına eşittir.



$$\text{HACİM} = \text{TABAN ALANI} \times \text{YÜKSEKLİK}$$

$$V = a \cdot b \cdot c$$

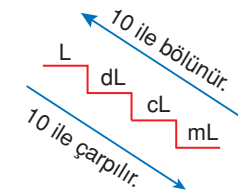
Örnek:

Ayrıtları 3 br, 4 br ve 5 br olan dikdörtgenler prizmasının hacmini bulalım.

$$V = 3 \cdot 4 \cdot 5 = 60 \text{ br}^3 \text{ tür.}$$

SIVI ÖLÇME

- Sıvılar sıvı ölçme birimleri ile ölçülür.



Örnek:

$$18000 \text{ mL} = 18 \text{ L'dir.}$$

$$2,3\text{L} = 230 \text{ cL'dir.}$$